**Feladatbank**

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 1

L

**Kérdés**: Egy pizzafutár annál több borravalót minél gyorsabban sikerül kiszállítania a rendelést. Jelenleg csak egyetlen rendelést kell kiszállítania a pizzériából (P) a vevőhöz (V). Az alábbi gráf élei jelentik a település főbb útjait míg az élekhez írt számok az adott útszakaszok hosszát km-ben. Segítsünk a pizzafutárnak maximalizálnia várható borravalóját.

**8**

**5**

**4**

**7**

**2**

**8**

**5**

**6**

**2**

**1**

**10**

**9**

**3**

**7**

Keresse meg a P és V csomópontok közötti legrövidebb utat a Dijkstra-féle címkéző algoritmus segítségével. Mennyi idő alatt tudja kivinni a rendelést, ha átlagosan 40 km/óra sebességgel halad a pizzafutár?

**Megoldás**:

Az indulási ponhoz 0 végleges címkét rendelünk, és ideiglenes címkéket helyezünk ki P közvetlen szomszédaihoz.

*4*

**8**

*0*

**5**

**4**

**7**

**2**

**8**

**5**

**6**

**2**

**1**

**10**

*10*

*5*

**9**

**3**

**7**

Véglegesítjük a legkisebb ideiglenes címkét és ebből a csomópontból kiszámoljuk a közvetlen szomszédok ideiglenes címkéit. Szükség esetén cseréljük az aktuális ideiglenes címkét kisebbre.

*12*

*4*

**8**

*0*

**5**

**4**

*9*

**7**

**2**

**8**

**5**

**6**

**2**

**1**

**10**

*10*

*5*

**9**

**3**

**7**

Véglegesítjük újból a legkisebb ideiglenes címkét és ebből a csomópontból kiszámoljuk a közvetlen szomszédok ideiglenes címkéit. Szükség esetén cseréljük az aktuális ideiglenes címkét kisebbre.

*4*

*12*

*4*

**8**

*0*

**5**

**4**

*9*

**7**

**2**

**8**

**5**

**6**

**2**

*8*

**1**

**10**

*10*

*5*

**9**

**3**

**7**

Véglegesítjük harmadszorra is a legkisebb ideiglenes címkét és ebből a csomópontból kiszámoljuk a közvetlen szomszédok ideiglenes címkéit. Szükség esetén cseréljük az aktuális ideiglenes címkét kisebbre.

*4*

*12*

*4*

**8**

*0*

**5**

**4**

*9*

**7**

**2**

**8**

**5**

**6**

**2**

*8*

**1**

**10**

*10*

*5*

**9**

*15*

**3**

**7**

Negyedszerre is véglegesítjük a legkisebb ideiglenes címkét és ebből a csomópontból kiszámoljuk a közvetlen szomszédok ideiglenes címkéit. Szükség esetén cseréljük az aktuális ideiglenes címkét kisebbre.

*11*

*4*

*12*

**8**

*0*

**5**

**4**

*9*

**7**

**2**

**8**

**5**

**6**

**2**

*8*

**1**

**10**

*10*

*5*

**9**

*15*

**3**

**7**

Ötödjére is véglegesítjük a legkisebb ideiglenes címkét és ebből a csomópontból kiszámoljuk a közvetlen szomszédok ideiglenes címkéit. Szükség esetén cseréljük az aktuális ideiglenes címkét kisebbre.

*4*

*11*

*4*

*12*

**8**

*0*

**5**

**4**

*9*

**7**

**2**

**8**

**5**

**6**

**2**

*8*

**1**

**10**

*13*

*10*

*5*

**9**

*15*

**3**

**7**

Utoljára véglegesítjük a V csomópont ideiglenes címkéjét.

*4*

*11*

*4*

*12*

**8**

*0*

**5**

**4**

*9*

**7**

**2**

**8**

**5**

**6**

**2**

*8*

**1**

**10**

*13*

*10*

*5*

**9**

*15*

**3**

**7**

Tehát 13 km hosszú a legrövidebb útvonal: P – T – R – O – I – V.

A pizzafutár várhatóan 19,5 perc alatt fog eljutni a megrendelőhöz.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 2

L

**Kérdés**: Egy terepfutó versenyen a versenyzők az alábbi ábrát kapták meg egy térképen. A csomópontok tisztásokat, az élek erdei ösvényeket jelölnek, míg az éleken lévő számok az adott útszakaszok hosszát adják meg km-ben.

A verseny az E tisztáson indul és a cél az I tisztáson lesz.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Mely útvonalon haladjon az aki a legrövidebb utat szeretné bejárni? Oldja meg a feladatot a Dijkstra-féle címkéző algoritmus segítségével. Hány km hosszú a legrövidebb út?

**Megoldás**:

A kezdőpont E kap végleges O-s címkét, szomszédai ideiglenes címkéket kapnak.

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*14*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük T címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*14*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük S címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*11*

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*10*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük R címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*12*

*11*

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*10*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük L címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*12*

*11*

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*10*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük O címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*12*

*11*

*3*

**8**

**7**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*10*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Véglegesítjük I címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

**8**

**7**

*12*

*11*

*3*

**8**

*0*

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

*10*

*1*

**9**

**7**

**4**

**1**

*4*

**6**

**3**

Legrövidebb út E és I között: E – R – I vagy E – T – R – I . Legrövidebb út hossza 12 (km).

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 3

M

**Kérdés**: Egy turistacsoport idegenvezetőjének feladata, hogy minél több látnivalót mutasson meg. Az egyik erdélyi nagyvárosban a nagytemplomtól (T) a botanikus kertbe (B) kell csoportját gyalog elkísérnie minél gyorsabban, mert a kertben már várja őket az idegenvezető. Az alábbi gráf vázlatosan mutatja a város központjának főbb útvonalait. Az élekhez rendelt számok megmutatják, hogy egy-egy útszakaszon végigmenni mennyi időre van szükség, percben kifejezve. Vajon sikerül-e a csoportnak 10 percen belül eljutnia a templomtól a botanikus kertig?

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Keresse meg T és B csomópontok közötti legrövidebb utat a Dijkstra-féle címkéző algoritmus segítségével.

**Megoldás**:

A kezdőpont S kap végleges O-s címkét, szomszédai ideiglenes címkéket kapnak.

*6*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Véglegesítjük F címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*6*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

*13*

**7**

**5**

*7*

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Véglegesítjük A címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*6*

*8*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

*13*

**7**

**5**

*7*

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Véglegesítjük I címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*6*

*8*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

*13*

**7**

**5**

*7*

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Véglegesítjük N címkéjét és az ő szomszédainak a címkéjét számoljuk és szükség esetén cseréljük kisebbre.

*6*

*8*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

*9*

*13*

**7**

**5**

*7*

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Véglegesítjük O címkéjét.

*6*

*8*

*9*

**6**

**2**

*0*

**3**

**9**

**1**

*9*

*13*

**7**

**5**

*7*

*8*

**4**

**8**

*4*

**9**

**3**

Legrövidebb idő alatt a T – A – N – B útvonalon tud eljutni a turistacsoport a botanikus kerthez.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**3**

**4**

**8**

**9**

**3**

A legrövidebb úthoz 9 perc menetidő tartozik, tehát a csoport oda fog érni időben a kerthez.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 4

S

**Kérdés**: Az alábbi irányítás nélküli gráfban a csomópontok településeket, az élek lehetséges utakat, a súlyok a települések közötti utak hosszát jelölik km-ben. A járási hatóság az S helység felől gázvezetékhózat kiépítését tervezi a települések földgázhálózatba való bekapcsolására. Mivel a földgáz minden lehetséges iránybatud terjedni, ezért elegendő ha minden település legalább egy irányból kapcsolódik a csővezetékhálózathoz.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Keressen minimális kifeszítőfát a Prim algoritmus segítségével az S településből kiindulva.

Adja meg a minimális kifeszítőfa hosszát.

**Megoldás**:

Kiindulunk az S kezdőpontból és kijelöljük a legközelebbi szomszédjával összekötő élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük S és/vagy F legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük S, F és/vagy I legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük S, F, I és/vagy A legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

Kijelöljük S, F, I, A és/vagy N legközelebbi szomszédját összekötő élt.

**6**

**2**

**3**

**9**

**1**

**7**

**5**

**4**

**8**

**9**

**3**

A minimális kifeszítőfát alkotó élek a kiválasztásuk sorrendjében: SF, FI, IA, AN, NO.

A minimális kifeszítőfa összhossza: 4 + 3 + 3 + 2 + 1 = 13 (km). Ez a csőrendszer biztosítja a leggazdaságosabb megoldást.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 5

M

**Kérdés**: A megyei kulturális egyesület biciklis utak kiépítését tervezi az alábbi ábrán látható települések között. A számok az egyes útszakaszok építésének költségét jelentik (millió euróban). Az úthálózat kiépítéséhez uniós forrásokra szeretnének pályázni, ezért fontos, hogy legolcsóbb kiépítési tervet tudjanak bemutatni, hogy így növeljék győzelmi esélyüket.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Keressen minimális kifeszítőfát a Kruskal algoritmus segítségével.

Hány millió euró lenne a legolcsóbb biciklisút-hálózat, amelyen minden faluból minden faluba el lehet majd jutni?

**Megoldás**:

Kijelöljük a legrövidebb élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük a második legrövidebb élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük a harmadik legrövidebb élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük a negyedik legrövidebb élt ( a 4-es hosszúságút nem lehet, mert kört eredményezne).

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük az ötödik legrövidebb élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

Kijelöljük a hatodik legrövidebb élt.

**8**

**7**

**3**

**6**

**7**

**8**

**14**

**6**

**9**

**7**

**4**

**1**

**6**

**3**

A minimális kifeszítőfát alkotó élek a kiválasztásuk sorrendjében: ET, ES, TR, RL, LI, IO.

A minimális kifeszítőfa összhossza: 1 + 3 + 3 + 6 + 6 + 7 = 26.

Tehát 26 millió euró lenne a legolcsóbb megvalósítási terv költsége.

**Rajzos, szöveges**

**Címe**: 6

L

**Kérdés**: Szennyvízcsatorna-rendszert kell kiépíteni egy tanyán. Az alábbi térképen a csomópontok lakóházakat jelentenek, az élek a házak közötti lehetséges építési nyomvonalakat mutatják. Az élek súlyai a házak közötti távolságot adják meg (100 m-ben kifejezve).

**5**

**3**

**7**

**3**

**9**

**7**

**4**

**5**

**6**

**6**

**15**

**2**

Keressen minimális kifeszítőfát a Prim (H4-ből kell indulni) algoritmus segítségével.

Adja meg a minimális kifeszítőfa hosszát kilóméterben.

**Megoldás**:

Prim-algoritmus

Kiindulunk a 4-ik házból és bevonjuk az 5-ik házat:

**5**

**3**

**7**

**3**

**9**

**7**

**4**

**5**

**6**

**6**

**15**

**2**

Kiindulunk a a 4, 5 házak bármelyikéből és bevonjuk a legközelebbi házat, a 6-ikat:

**5**

**3**

**7**

**3**

**9**

**7**

**4**

**5**

**6**

**6**

**15**

**2**

Kiindulunk a a 4, 5, 6 házak bármelyikéből és bevonjuk a legközelebbi házat, a 3-ikat:

**5**

**3**

**7**

**3**

**9**

**7**

**4**

**5**

**6**

**6**

**15**

**2**

Kiindulunk a a 4, 5, 6, 3 házak bármelyikéből és bevonjuk a legközelebbi házat, a 2-ikat:

**5**

**3**

**7**

**3**

**9**

**7**

**4**

**5**

**6**

**6**

**15**

**2**

Kiindulunk a a 4, 5, 6, 3, 2 házak bármelyikéből és bevonjuk a legközelebbi házat, a 8-ikat:

**5**

**3**

**7**

**3**

**9**

**7**

**4**

**5**

**6**

**6**

**15**

**2**

Kiindulunk a a 4, 5, 6, 3, 2, 8 házak bármelyikéből és bevonjuk a legközelebbi házat, a elsőt:

**5**

**3**

**7**

**3**

**9**

**7**

**4**

**5**

**6**

**6**

**15**

**2**

Kiindulunk a a 4, 5, 6, 3, 2, 8, 1 házak bármelyikéből és bevonjuk az utolsót, a 7-est:

**5**

**3**

**7**

**3**

**9**

**7**

**4**

**5**

**6**

**6**

**15**

**2**

Minimális kifeszítőfába tartozó élek: H4H5, H5H6, H5H3, H3H2, H2H8, H2H1, H1H7.

A minimális kifeszítőfa összhossza 28x100 = 2800 m azaz 2,8 km.

**LP modelles**

**Címe**: 7

M

**Kérdés**: Egy óriási építkezésen a P raktárból a C munkaterületre kell szállítani minél több építőanyagot. Az éleken csak a megadott irányba lehet a szállításokat lebonyolítani. Az élekre írt számok azt mutatják, hogy óránként hány kamion tud az adott útszakaszon áthaladni.

**3**

**5**

**7**

**6**

**1**

**9**

**6**

**7**

**8**

**6**

**7**

**5**

Írjon lineáris programozási modellt az úthálózaton óránként áthaladó kamionok számának maximalizálására. Solverrel keresen optimális megoldást

**Megoldás**:

Matematikai modell felírása.

Először bevezetünk döntési változókat.

xij – az i-edik csomópontból a j-edik csomópontba továbbított mennyiség (m3/sec)

Felírjuk a változók kötekező nemnegativitását (bevezetünk egy fiktív élt, amely a nyelőből megy a forrásba).

xPU, xPO, xPV, xUO, xUC, xUH, xUV, xVH, xOC, xHO, xHC, xCP ≥ 0

Korlátozó feltételek élekre.

xPU ≤ 6

xPO ≤ 9

xPV ≤ 4

xUO ≤ 3

xUC ≤ 7

xUH ≤ 8

xUV ≤ 1

xVH ≤ 5

xOC ≤ 7

xHO ≤ 6

xHC ≤ 7

Bevezetjük a feltételeket a csomópontokra.

xCP = xPU + xPO +xPV

xPU = xUO + xUC + xUH + xUV

xPV + xUV = xVH

xUH + xVH = xHO + xHC

xUO + xPO +xHO = xOC

xOC + xUC + xHC = xCP

Bevezetjük a célfüggvényt.

xCP → MAX

Excel fájlba írjuk az adatokat és solver segítségével kapjuk meg az optimális megoldást.

PU: 6, PO: 7, PV: 4, UC: 6, VH: 4, OC: 7, HC: 4 kapacitás kihasználtság esetén tud maximális folyam áthaladni a hálózaton, **óránként 17 kamion**.

**LP modelles**

**Címe**: 8

L

**Kérdés**: Az alábbi gráf élei egy forgalmas repülőtér a leszálló repülők fogadására, kiszolgálására vonatkozó földi útvonalhálózatát mutatja. V-ben kezdődik a repülők leszállása a két leszállópályára, W-ben van a kiszolgálóterminál, ahol a rakományt ki lehet pakolni. Az élekhez írt számok megadják, hogy párhuzamosan hány repülő mozgására van maximálisan lehetőség egy-egy pályaszakaszon.

**5**

**3**

**5**

**12**

**5**

**4**

**7**

**8**

**2**

**6**

**12**

**12**

**6**

**5**

Írjon lineáris programozási modellt a repülőtér földi kiszolgálása maximumának kiszámítására. Ez egyben azt is megadja, hogy a repülőtér hány repülőgép együttes leszállását tudja engedélyezni legfeljebb.

**Megoldás**:

Matematikai modell felírása.

Először bevezetünk döntési változókat.

xij – az i-edik csomópontból a j-edik csomópontba továbbított mennyiség (m3/sec)

Felírjuk a változók kötekező nemnegativitását (bevezetünk egy fiktív élt, amely a nyelőből megy a forrásba).

xVB, xVH, xBZ, xBW, xBR, xBH, xHQ, xHR, xRZ, xRW, xZQ, xZW, xQW, xWV ≥ 0

Korlátozó feltételek élekre.

xVB ≤ 12

xVH ≤ 12

xBZ ≤ 3

xBW ≤ 5

xBR ≤ 8

xBH ≤ 2

xHQ ≤ 12

xHR ≤ 5

xRZ ≤ 6

xRW ≤ 6

xZQ ≤ 5

xZW ≤ 7

xQW ≤ 4

Bevezetjük a feltételeket a csomópontokra.

xWV = xVB + xVH

xVB = xBZ + xBW + xBR + xBH

xVH + xBH = xHQ + xHR

xBR + xHR = xRZ + xRW

xBZ + xRZ = xZQ + xZW

xZQ + xHQ = xQW

xBW + xRW + xZW + xQW = xWV

Bevezetjük a célfüggvényt.

XWV → MAX

Excel fájlba írjuk az adatokat és solver segítségével kapjuk meg az optimális megoldást.

VB: 12, VH: 9, BZ: 1, BW: 4, BR: 7, HQ: 4, HR: 5, RZ: 6, RW: 6, ZW: 7, QW: 4 kapacitás kihasználtság esetén tud maximális számú repülőgépet kiszolgálni a repülőtér, **21 gép**et.

**LP modelles**

**Címe**: 9

L

**Kérdés**: Az alábbi gráf élei egy szigeten rendezett tudományos konferenciára óránként érkezők maximális számát mutatják, különböző utvonalak és járművek igénybevételének esetén. V a szárazföldi kikötőt mutatja, míg W a szigeten lévő kikötőt jelképezi.

**5**

**3**

**5**

**21**

**5**

**4**

**7**

**8**

**2**

**6**

**12**

**21**

**6**

**5**

Írjon lineáris programozási modellt a szigetre óránként érkezők száma maximumának kiszámítására. Hány fő érkezhet óránként legfeljebb?

**Megoldás**:

Matematikai modell felírása.

Először bevezetünk döntési változókat.

xij – az i-edik csomópontból a j-edik csomópontba továbbított mennyiség (m3/sec)

Felírjuk a változók kötekező nemnegativitását (bevezetünk egy fiktív élt, amely a nyelőből megy a forrásba).

xVB, xVH, xBZ, xBW, xBR, xBH, xHQ, xHR, xRZ, xRW, xZQ, xZW, xQW, xWV ≥ 0

Korlátozó feltételek élekre.

xVB ≤ 21

xVH ≤ 21

xBZ ≤ 3

xBW ≤ 5

xBR ≤ 8

xBH ≤ 2

xHQ ≤ 12

xHR ≤ 5

xRZ ≤ 6

xRW ≤ 6

xZQ ≤ 5

xZW ≤ 7

xQW ≤ 4

Bevezetjük a feltételeket a csomópontokra.

xWV = xVB + xVH

xVB = xBZ + xBW + xBR + xBH

xVH + xBH = xHQ + xHR

xBR + xHR = xRZ + xRW

xBZ + xRZ = xZQ + xZW

xZQ + xHQ = xQW

xBW + xRW + xZW + xQW = xWV

Bevezetjük a célfüggvényt.

xWV → MAX

Excel fájlba írjuk az adatokat és solver segítségével kapjuk meg az optimális megoldást.

VB: 16, VH: 6, BZ: 3, BW: 5, BR: 8, HQ: 4, HR: 2, RZ: 4, RW: 6, ZW: 7, QW: 4 kapacitás kihasználtság esetén tud maximális számú utast fogadni a szigeti kikötő, **22 főt**.

**LP modelles**

**Címe**: 10

M

**Kérdés**: Az alábbi irányított gráf bemutatja, hogy egy újonnan kifejlesztett vakcina milyen tesztelési és engedélyezési fázisokon kell sikeresen teljesítsen, hogy engedély kapjon a sorozatgyártásra, piacra kerülésre. A számok a tevékenységek fölött a minimális időigényt mutatja hónapokban kifejezve.

**3**

**5**

**7**

**2**

**1**

**9**

**6**

**11**

**8**

**4**

**7**

**5**

Legalább hány hónapra van szükség ahhoz, hogy egy új készítmény sorozatgyártásba kerülhessen? Adja meg a kritikus utat is.

**Megoldás:**

A feladat matematikai modellje.

Bevezetünk döntési változókat a csomópontokra.

xi – az i-edik esemény bekövetkezésének ideje

Bevezetjük a kötelező nemnegativitási feltételt.

xP, xU, xV, xO, xH, xC ≥ 0

Felírjuk a tevékenységek elvégzéséhez szükséges minimum időtartam feltételeket.

xU – xP ≥ 2

xO – xP ≥ 9

xV – xP ≥ 4

xO – xU ≥ 3

xC – xU ≥ 11

xH – xU ≥ 8

xV – xU ≥ 1

xH – xV ≥ 5

xO – xH ≥ 6

xC – xH ≥ 7

xC – xO ≥ 7

Bevezetjük a modell célfüggvényét.

z = xC – xP → MIN

Megoldás:

A minimális várakozási időtartam legalább 23 hónap.

A kritikus út: P → U → H → O → C.

**LP modelles**

**Címe**: 11

M

**Kérdés**: Az alábbi irányított gráf egy összetett feladat egymásra épülő tevékenységeinek hálózatát adja meg. Minden egyes tevékenységet csak akkor lehet elkezdeni, amikor már az összes azt megelőző tevékenység befejeződött, és legalább annyi nap alatt végezhető el, amennyit a hozzárendelt súly mutat. Legalább hány napra van szükség a feladat elvégzéséhez? Adja meg a kritikus utat.

**3**

**5**

**7**

**2**

**1**

**9**

**6**

**2**

**8**

**4**

**7**

**5**

**Megoldás:**

A feladat matematikai modellje.

Bevezetünk döntési változókat a csomópontokra.

xi – az i-edik esemény bekövetkezésének ideje

Bevezetjük a kötelező nemnegativitási feltételt.

xP, xU, xV, xO, xH, xC ≥ 0

Felírjuk a tevékenységek elvégzéséhez szükséges minimum időtartam feltételeket.

xU – xP ≥ 2

xO – xP ≥ 9

xV – xP ≥ 4

xO – xU ≥ 3

xC – xU ≥ 2

xH – xU ≥ 8

xV – xU ≥ 1

xH – xV ≥ 5

xO – xH ≥ 6

xC – xH ≥ 7

xC – xO ≥ 7

Bevezetjük a modell célfüggvényét.

z = xC – xP → MIN

Megoldás:

A feladat elvégzéséhez legalább 23 napra van szükség.

A kritikus út: P → U → H → O → C.

**LP modelles**

**Címe**: 12

L

**Kérdés**: Az alábbi irányított gráf egy auditálási procedúra részfeladatait tartalmazza a lefolytatásához szükséges időszükséglettel együtt (napokban megadva). Minden egyes tevékenységet csak akkor lehet elkezdeni, amikor már az összes azt megelőző tevékenység befejeződött, és legalább annyi nap alatt végezhető el, amennyit a hozzárendelt súly mutat. Legalább hány napra van szükség az auditálás lebonyolítására? Adja meg a kritikus utat.

**5**

**3**

**5**

**12**

**5**

**4**

**7**

**8**

**2**

**6**

**12**

**12**

**6**

**5**

**Megoldás:**

A feladat matematikai modellje.

Bevezetünk döntési változókat a csomópontokra.

xi – az i-edik esemény bekövetkezésének ideje

Bevezetjük a kötelező nemnegativitási feltételt.

xV, xB, xH, xR, xZ, xQ, xW ≥ 0

Felírjuk a tevékenységek elvégzéséhez szükséges minimum időtartam feltételeket.

xB – xV ≥ 12

xH – xV ≥ 12

xH – xB ≥ 2

xZ – xB ≥ 3

xW – xB ≥ 5

xR – xB ≥ 8

xR – xH ≥ 5

xQ – xH ≥ 12

xZ – xR ≥ 6

xW – xR ≥ 6

xQ – xZ ≥ 5

xW – xQ ≥ 4

Bevezetjük a modell célfüggvényét.

z = xW – xV → MIN

Megoldás:

A feladat elvégzéséhez legalább 35 napra van szükség.

A kritikus út: V → B → R → Z → Q → W.